

BÀI 4. ĐƯỜNG TIỆM CẬN CỦA ĐỒ THỊ HÀM SỐ

1. Đường tiệm cận ngang

Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên một khoảng vô hạn (là khoảng dạng $(a; +\infty)$, $(-\infty; b)$ hoặc $(-\infty; +\infty)$). Đường thẳng $y = y_0$ là đường **tiệm cận ngang** (hay tiệm cận ngang) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = y_0$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = y_0$

2. Đường tiệm cận đứng

Đường thẳng $x = x_0$ được gọi là đường **tiệm cận đứng** (hay tiệm cận đứng) của đồ thị hàm số $y = f(x)$ nếu ít nhất một trong các điều kiện sau được thỏa mãn:

$$\lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = +\infty, \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow x_0^+} f(x) = -\infty, \lim_{x \rightarrow x_0^-} f(x) = +\infty$$

Lưu ý: Với đồ thị hàm phân thức dạng $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ ($c \neq 0$; $ad - bc \neq 0$) luôn có tiệm cận ngang là $y = \frac{a}{c}$

và tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c}$.

CÁC VÍ DỤ MINH HỌA

Ví dụ 1. Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên K , có $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) = -\infty$,

$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$. Mệnh đề nào dưới đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.
- B. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận đứng.
- C. Đồ thị hàm số có hai đường tiệm cận ngang.
- D. Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng.

Hướng dẫn giải

Theo định nghĩa, ta thấy đồ thị hàm số $y = f(x)$ có một đường tiệm cận đứng là $x = 1$.

Chọn đáp án D

Ví dụ 2: Phương trình đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{2-x}$ là?

Hướng dẫn giải

Tập xác định $D = \mathbb{R} \setminus \{2\}$

Ta có: $\lim_{x \rightarrow +\infty} y = -1$, $\lim_{x \rightarrow -\infty} y = -1$

Như vậy đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận ngang là $y = -1$.

Mặt khác $\lim_{x \rightarrow 2^+} y = -\infty$, $\lim_{x \rightarrow 2^-} y = +\infty$ nên đồ thị hàm số đã cho có đường tiệm cận đứng là $x = 2$.

Chú ý: Với đồ thị hàm phân thức dạng $y = \frac{ax + b}{cx + d}$ ($c \neq 0$; $ad - bc \neq 0$) luôn có tiệm cận ngang là $y = \frac{a}{c}$

và tiệm cận đứng $x = -\frac{d}{c}$.

Dựa vào chú ý trên ta có thể tìm tiệm cận của $y = \frac{x+1}{2-x} = \frac{x+1}{-x+2}$ là: tiệm cận ngang là $y = \frac{a}{c} = \frac{1}{-1} = -1$

và tiệm cận đứng $y = \frac{-d}{c} = \frac{-2}{-1} = 2$

Ví dụ 3: Đồ thị của hàm số nào dưới đây nhận đường thẳng $y = -1$ làm tiệm cận ngang?

A. $y = x^4 - x^2 + 2$. B. $y = \frac{x+1}{2+x}$. C. $y = -x^3 + 3x - 1$. D. $y = \frac{x-2}{1-x}$.

Hướng dẫn giải

Loại đáp án A, C vì đồ thị của 2 hàm số trên không có tiệm cận ngang.

Loại đáp án B vì đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{2+x}$ có tiệm cận ngang $y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+1}{x+2} = 1$.

Chọn đáp án D vì đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{1-x}$ có tiệm cận ngang $y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x-2}{1-x} = -1$.

Chọn đáp án D

Ví dụ 4: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên tập $R \setminus \{-1\}$, liên tục trên các khoảng xác định và có bảng biến thiên như hình vẽ. Đồ thị hàm số trên có bao nhiêu đường tiệm cận?

x	$-\infty$	-1	0	$+\infty$
y'		+		+
			0	-
y	0	$+\infty$	$-\infty$	$-\infty$

A. 1.

B. 2.

C. 3.

D. 4.

Hướng dẫn giải

Dựa vào BBT ta có $\lim_{x \rightarrow -1^+} f(x) = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow -1^-} f(x) = +\infty$ nên $x = -1$ là đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số.

Ta lại thấy: $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$ nên đồ thị hàm số có đường tiệm cận ngang là $y = 0$

Vậy đồ thị hàm số trên có 2 đường tiệm cận

Chọn đáp án B

Ví dụ 5: Đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x^3-3x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 4.

B. 1.

C. 3.

D. 2.

Hướng dẫn giải:

TXĐ: $D = R \setminus \{0; \pm\sqrt{3}\}$

• $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} y = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+3}{x^3-3x} = 0 \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận ngang là $y = 0$

• $\lim_{x \rightarrow 0^+} y = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x+3}{x^3-3x} = -\infty$ và $\lim_{x \rightarrow 0^-} y = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x+3}{x^3-3x} = +\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận đứng là $x = 0$

• $\lim_{x \rightarrow (-\sqrt{3})^+} y = \lim_{x \rightarrow (-\sqrt{3})^+} \frac{x+3}{x^3-3x} = +\infty$ và $\lim_{x \rightarrow (-\sqrt{3})^-} y = \lim_{x \rightarrow (-\sqrt{3})^-} \frac{x+3}{x^3-3x} = -\infty \Rightarrow$ đồ thị hàm số có tiệm cận đứng

là $x = -\sqrt{3}$

Vậy đồ thị hàm số $y = \frac{x+3}{x^3-3x}$ có 4 đường tiệm cận.

Hướng dẫn giải

Vì $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x-4}{x^2-m^2x} = 0$ nên đồ thị hàm số đã cho có 1 đường tiệm cận ngang $y = 0$.

Vì $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-4}{x^2-m^2x} = -\infty$ nên đồ thị hàm số đã cho có 1 đường tiệm cận đứng là $x = 0$.

Đề $y = \frac{x-4}{x^2-m^2x} = \frac{x-4}{x(x-m^2)}$ có đúng hai đường tiệm cận thì

$$\begin{cases} x-m^2 = x-4 \\ m^2 = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m^2 = 4 \\ m = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} m = \pm 2 \\ m = 0 \end{cases}.$$

Vậy có 3 giá trị nguyên của tham số m thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Chọn đáp án A

BÀI TẬP TRẮC NGHIỆM

Câu 1: Cho hàm số $y = f(x)$ có $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$ và $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -1$. Khẳng định nào đúng.

- A. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang $x = 1$ và $x = -1$.
- B. Đồ thị hàm số đã cho có đúng một tiệm cận ngang.
- C. Đồ thị hàm số đã cho không có hai tiệm cận ngang.
- D. Đồ thị hàm số đã cho có hai tiệm cận ngang $y = 1$ và $y = -1$.

Câu 2: Cho hàm số $y = f(x)$ liên tục trên $\mathbb{R}$ thỏa mãn $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 1$. Tổng số đường tiệm cận đứng và ngang của đồ thị hàm số đã cho là:

- A. 2.
- B. 1.
- C. 3.
- D. 0.

Câu 3: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-4}{x+2}$ là:

- A. $x = 2$.
- B. $y = 2$.
- C. $x = -2$.
- D. $y = -2$.

Câu 4: Đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x-2}$ có tiệm cận đứng là đường thẳng có phương trình

- A. $x = 2$.
- B. $y = 1$.
- C. $x = -2$.
- D. $x = -1$.

Câu 5: Tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{2x-1}{x+1}$ lần lượt là

- A. $x = -1$; $y = \frac{1}{2}$
- B. $x = -1$; $y = 2$.
- C. $x = 1$; $y = 2$.
- D. $x = 2$; $y = -1$

Câu 6: Cho hàm số $y = \frac{2021}{x-2}$ có đồ thị (H). Số đường tiệm cận của (H) là:

- A. 0.
- B. 2.
- C. 3.
- D. 1.

Câu 7: Cho hàm số $y = \frac{x-2}{x+2}$ có đồ thị (C). Tìm tọa độ giao điểm I của hai đường tiệm cận của đồ thị (C).

- A. $I(-2; 2)$.
- B. $I(-2; -2)$.
- C. $I(2; 1)$.
- D. $I(-2; 1)$.

Câu 8: Tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^3-3x-2}{x^2+3x+2}$ à

- A. $x = -2$.
- B. Không có tiệm cận đứng.

C. $x = -1; x = -2$.

D. $x = -1$.

Câu 9: Tìm tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \frac{2x+4}{x-m}$ có tiệm cận đứng.

A. $m \neq -2$.

B. $m > -2$.

C. $m = -2$.

D. $m < -2$.

Câu 10: Đồ thị hàm số $y = \frac{2x}{\sqrt{x^2-1}}$ có số đường tiệm cận là:

A. 2.

B. 1.

C. 3.

D. 4.

Câu 11: Đồ thị hàm số $y = \frac{x-3}{x^2+x-2}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 0.

B. 1.

C. 2.

D. 3.

Câu 12: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên, liên tục trên mỗi khoảng và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'		-	+	0	-
y	$+\infty$			2	

Arrows indicate the function values at the boundaries of the intervals: $y \rightarrow -1$ as $x \rightarrow 0^-$, $y \rightarrow -\infty$ as $x \rightarrow 0^+$, $y \rightarrow 2$ as $x \rightarrow 1^-$, and $y \rightarrow -\infty$ as $x \rightarrow 1^+$.

Chọn khẳng định đúng.

A. Đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận ngang.

B. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang.

C. Đồ thị hàm số có đúng một tiệm cận đứng

D. Đồ thị hàm số không có tiệm đứng và tiệm cận ngang.

Câu 13: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{0\}$, liên tục trên mỗi khoảng xác định và có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$	
y'		-	+	0	-
y	2			1	

Arrows indicate the function values at the boundaries of the intervals: $y \rightarrow -\infty$ as $x \rightarrow 0^-$, $y \rightarrow -\infty$ as $x \rightarrow 0^+$, $y \rightarrow 1$ as $x \rightarrow 1^-$, and $y \rightarrow -\infty$ as $x \rightarrow 1^+$.

Mệnh đề nào sau đây là đúng?

A. Đồ thị hàm số có một đường tiệm cận đứng.

B. Hàm số đạt cực tiểu tại $x = 0$.

C. Giá trị lớn nhất của hàm số là 2.

D. Hàm số không có cực trị.

Câu 14: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
y'			+	-
y			$+\infty$	

Arrows indicate the function values at the boundaries of the intervals: $y \rightarrow -\infty$ as $x \rightarrow -2^-$, $y \rightarrow -\infty$ as $x \rightarrow -2^+$, $y \rightarrow 1$ as $x \rightarrow 0^-$, and $y \rightarrow 0$ as $x \rightarrow 0^+$.

Hỏi đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 15: Cho hàm số $y = f(x)$ có bảng biến thiên như sau:

x	$-\infty$	-2		1		$+\infty$
y'				-		+
y						

Hỏi đồ thị hàm số đã cho có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 16: Cho đồ thị hàm số (C): $y = \frac{1-2x}{\sqrt{x^2+1}}$. Trong các khẳng định sau, khẳng định nào đúng?

- A. Đồ thị hàm số có một tiệm cận ngang. B. Đồ thị hàm số không có tiệm cận.
C. Đồ thị hàm số có hai tiệm cận ngang. D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng.

Câu 17: Đồ thị hàm số nào sau đây có 3 đường tiệm cận?

- A. $y = \frac{1-2x}{1+x}$. B. $y = \frac{1}{4-x^2}$. C. $y = \frac{x}{x^2-x+9}$. D. $y = \frac{x+3}{5x-1}$.

Câu 18: Cho hàm số $y = \frac{4x-8}{x^2-5x+6}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. Đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận là các đường thẳng $x = 2, x = 3$ và $yy = 0$.
B. Đồ thị hàm số có 2 đường tiệm cận đứng là $x = 2, x = 3$ và không có tiệm cận ngang.
C. Đồ thị hàm số có 3 đường tiệm cận đứng là các đường thẳng $x = -2, x = -3$ và $y = 0$.
D. Đồ thị hàm số có tiệm cận đứng $x = 3$ và tiệm cận ngang $y = 0$.

Câu 19: Đồ thị của hàm số nào dưới đây có tiệm cận đứng?

- A. $y = \frac{x^2-3x+2}{x-1}$ B. $y = \frac{x^2}{x^2+1}$ C. $y = \sqrt{x^2-1}$ D. $y = \frac{x}{x+1}$

Câu 20: Tìm tất cả các đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{5+x}-1}{x^2+4x}$.

- A. Đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng. B. $x = -4$.
C. $x = 0$. D. $x = 0; x = -4$.

Câu 21: Trong các hàm số sau, đồ thị hàm số nào không có đường tiệm cận.

- A. $y = \frac{x}{\sqrt{x^2+2}}$ B. $y = \frac{1}{x^2-1}$ C. $y = \frac{3x+2}{4x-3}$ D. $y = x^4 - 2018$.

Câu 22: Tìm số tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-7x+6}{x^2-1}$.

- A. 2. B. 3. C. 1. D. 0.

Câu 23: Cho hàm số $y = \frac{ax+1}{bx-2}$. Xác định a và b để đồ thị hàm số nhận đường thẳng $x=1$ là tiệm cận đứng và đường thẳng $y = \frac{1}{2}$ là tiệm cận ngang.

- A. $a=1; b=2$. B. $a=2; b=-2$. C. $x=2; b=2$. D. $a=-1; b=-2$.

Câu 24: Cho đồ thị hàm số $y = \frac{ax+1}{2x-b}$, ($a, b \in \mathbb{R}; ab \neq -2$). Giao điểm của hai đường tiệm cận là $I(2;-1)$. Giá trị của a, b là:

- A. $a=2; b=-1$. B. $a=4; b=-2$. C. $a=4; b=2$. D. $a=-2; b=4$.

Câu 25: Đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{|x|+1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 1. B. 2. C. 0. D. 3.

Câu 26: Tìm số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x+2}}{|x|-2}$.

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 27: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2-5x+2}{-x^2+4|x|-3}$ là:

- A. 4. B. 3. C. 5. D. 1.

Câu 28: Đồ thị hàm số $y = \frac{1-\sqrt{1-x}}{x}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng và đường tiệm cận ngang?

- A. 2. B. 1. C. 3. D. 0.

Câu 29: Đồ thị hàm số nào dưới đây có hai tiệm cận đứng?

- A. $y = \frac{2x+1}{\sqrt{2x^2-3x+1}}$. B. $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-2x-3}$.
C. $y = \frac{x+1}{x^2+x}$. D. $y = \frac{\sqrt{x^2-4x+3}}{x^2-5x+6}$.

Câu 30: Đồ thị hàm số $\frac{\sqrt{6-x^2}}{x^2+3x-4}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 1. B. 0. C. 2. D. 3.

Câu 31: Tổng số các đường tiệm cận đứng và tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{x+2}{\sqrt{16-x^4}}$ là:

- A. 3. B. 0. C. 2. D. 1.

Câu 32: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2}{x-m}$ có tiệm cận đứng nằm bên phải trục Oy.

- A. $m=0$. B. $m \neq 0$. C. $m > 0$. D. $m < 0$.

Câu 33: Số tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = 2x-1+\sqrt{4x^2-3}$ là

- A. 2. B. 1. C. 0. D. 3.

Câu 34: Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 - x + 2} - 2}{x^2 - 1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận đứng?

- A. 0. B. 2. C. 3. D. 1

Câu 35: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x^2 + 6x - 7}$ là:

- A. 4. B. 2. C. 1. D. 3.

Câu 36: Tất cả phương trình tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2 + x + 1}}{2x + 3}$ là:

- A. $y = \frac{1}{2}$. B. $y = \pm \frac{1}{2}$. C. $y = -\frac{3}{2}, y = 1$. D. $y = 2$.

Câu 37: Số đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16}$ là:

- A. 0. B. 3. C. 1. D. 2.

Câu 38: Biết rằng đồ thị hàm số $y = \frac{(a-3)x + a + 2021}{x - (b+3)}$ nhận trục hoành làm tiệm cận ngang

và trục tung làm tiệm cận đứng. Khi đó giá trị của $a + b$ là:

- A. 3. B. -3. C. 0. D. 6.

Câu 39: Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x-1} + 1}{x^2 - 4x - 5}$ có tổng số bao nhiêu tiệm cận ngang và tiệm cận đứng?

- A. 1. B. 2. C. 4. D. 3.

Câu 40: Cho hàm số $y = \frac{2x^2 - 3x + m}{x - m}$. Để đồ thị hàm số không có tiệm cận đứng thì các giá trị của tham số m là:

- A. $m = 0$. B. $m = 0; m = 1$.
C. $m = 1$. D. Không tồn tại m .

Câu 41: Cho hàm số $y = \frac{x+2}{x-3}$ có đồ thị (C). Có bao nhiêu điểm M thuộc (C) sao cho khoảng cách từ điểm M đến tiệm cận ngang bằng 5 lần khoảng cách từ điểm M đến tiệm cận đứng.

- A. 1. B. 2. C. 3. D. 4.

Câu 42: Đồ thị hàm số $y = \frac{x-1}{\sqrt{16-x^2}}$ có bao nhiêu đường tiệm cận?

- A. 2. B. 4. C. 1. D. 3.

Câu 43: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x-2}{x^2 - mx + 1}$ có đúng 3 đường tiệm cận.

- A. $\begin{cases} m > 2 \\ m \neq \frac{5}{2} \\ m < -2 \end{cases}$ B. $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \\ m \neq -\frac{5}{2} \end{cases}$ C. $\begin{cases} m > 2 \\ m < -2 \end{cases}$ D. $-2 < m < 2$

Câu 44: Tìm điều kiện của m để đồ thị hàm số $y = \frac{x}{\sqrt{1-mx^2}}$ có hai tiệm cận ngang.

A. $m = 0$.

B. $m = 1$.

C. $m > 1$.

D. $m < 0$.

Câu 45: Tìm các giá trị của tham số m để đường tiệm cận đứng của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+m}$ đi qua điểm $M(2;3)$.

A. 3.

B. -2.

C. 2.

D. 0.

Câu 46: Số đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{4-x^2}}{x^2-5x+6}$ là:

A. 3.

B. 2.

C. 1.

D. 0.

Câu 47: Khoảng cách từ gốc tọa độ đến giao điểm của hai đường tiệm cận của đồ thị hàm số $y = \frac{2x+1}{x+1}$ bằng

A. $\sqrt{3}$.

B. $\sqrt{2}$.

C. $\sqrt{5}$.

D. 5.

Câu 48: Đường tiệm cận ngang của đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt[3]{-x^3+3x^2}}{x-1}$ có phương trình

A. $y = -1$ & $y = 1$.

B. $y = -1$.

C. $x = -1$.

D. $y = 1$.

Câu 49: Đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{x^2-4}}{x^2-5x+6}$ có tất cả bao nhiêu đường tiệm cận?

A. 1.

B. 3.

C. 4.

D. 2.

Câu 50: Đồ thị hàm số $y = \sqrt{4x^2+4x+3} - \sqrt{4x^2+1}$ có bao nhiêu đường tiệm cận ngang?

A. 2.

B. 0.

C. 1.

D. 3.

Câu 51: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x+1}{x^2-2mx+4}$ có ba đường tiệm cận.

A. $m \in (-\infty; -2) \cup (2; +\infty)$.

B. $m \in \left(-\infty; -\frac{5}{2}\right) \cup \left(-\frac{5}{2}; -2\right)$.

C. $m \in \left(-\infty; -\frac{5}{2}\right) \cup \left(-\frac{5}{2}; -2\right) \cup (2; +\infty)$.

D. $m \in (2; +\infty)$.

Câu 52: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số a để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2+1}{3x^2-2ax+a}$ có đúng một tiệm cận đứng.

A. $a = \pm \sqrt{\frac{3}{2}}$.

B. $a = 0, a = 3$.

C. $a = 1, a = 2$.

D. $a = \pm 2$.

Câu 53: Có bao nhiêu giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $(C): y = mx - \sqrt{x^2-2x+2}$ có tiệm cận ngang?

A. 2.

B. 3.

C. 1.

D. 4.

Câu 54: Cho hàm số $y = \frac{ax^2+x-1}{4x^2+bx+9}$ có đồ thị (C) , trong đó a, b là các hằng số dương thỏa mãn $ab = 4$.

Biết rằng (C) có đường tiệm cận ngang $y = c$ và có đúng một đường tiệm cận đứng. Tính tổng $T = 3a + b - 24c$.

A. $T = 11$.

B. $T = 4$.

C. $T = -11$.

D. $T = 7$.

Câu 55: Tìm tất cả các giá trị thực của tham số m để đồ thị hàm số $y = \frac{x^2 + 2}{\sqrt{mx^4 + 3}}$ có đường tiệm cận ngang.

A. $m = 0$. B. $m < 0$. C. $m > 0$. D. $m \geq 0$.

Câu 56: Cho hàm số $y = \frac{12 + \sqrt{4x - x^2}}{4x^2 + bx + 9}$ có đồ thị (C_m) . Tìm tập S tất cả các giá trị của tham số thực m để (C_m) có đúng hai tiệm cận đứng.

A. $S = [8; 9)$. B. $S = \left[4; \frac{9}{2}\right)$. C. $S = \left(4; \frac{9}{2}\right)$. D. $S = (0; 9]$.

Câu 57: Tìm tập hợp tất cả các giá trị của m để đồ thị hàm số $y = \frac{1 + \sqrt{x+1}}{\sqrt{x^2 - mx - 3m}}$ có đúng hai tiệm cận đứng.

A. $(-\infty; -12) \cup (0; +\infty)$. B. $(0; +\infty)$. C. $\left[\frac{1}{4}; \frac{1}{2}\right]$. D. $\left(0; \frac{1}{2}\right]$.

Câu 58: Tìm tất cả các giá trị của tham số m sao cho đồ thị hàm số $y = \frac{\sqrt{mx^2 + 1} + x^2}{x(x-1)}$ có hai đường tiệm cận ngang.

A. Không tồn tại m . B. $m < 0$. C. $m \geq 0$. D. $m > 0$.

Câu 59: Cho hàm số $y = \frac{4x-3}{x-3}$ có đồ thị C . Biết đồ thị (C) có hai điểm phân biệt M, N và khoảng cách từ M hoặc N đến hai đường tiệm cận là nhỏ nhất. Khi đó MN có giá trị bằng:

A. $MN = 6$. B. $MN = 4\sqrt{2}$ C. $MN = 6\sqrt{2}$ D. $MN = 4\sqrt{3}$.

Câu 60: Cho hàm số $y = \frac{1-3x}{3-x}$ có đồ thị (C) . Điểm M nằm trên (C) sao cho khoảng cách từ M đến tiệm cận đứng gấp hai lần khoảng cách từ M đến tiệm cận ngang của (C) . Khoảng cách từ M đến tâm đối xứng của (C) bằng:

A. $3\sqrt{2}$. B. $2\sqrt{5}$. C. 4. D. 5.

ĐÁP ÁN:

1D	2A	3B	4A	5B	6B	7D	8A	9A	10D
11D	12C	13A	14C	15B	16C	17B	18D	19D	20C
21D	22A	23A	24D	25D	26D	27C	28B	29A	30A
31D	32C	33B	34D	35D	36B	37C	38C	39B	40B
41B	42A	43A	44D	45B	46C	47C	48B	49B	50A
51C	52B	53A	54A	55C	56B	57B	58A	59C	60B